



FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

Docente: GIUSIO CLAUDIA

Disciplina: MATEMATICA

a.s.: 2018/2019

classe: 2^a N socio-sanitario

PROGRAMMA SVOLTO

Tema 1. Le scomposizioni

Definizione di scomposizione in fattori di un polinomio; polinomi irriducibili. Metodi di scomposizione di un polinomio: raccoglimento a fattore comune totale, scomposizione mediante prodotti notevoli (somma per differenza e quadrato di binomio). Polinomi scomponibili attraverso l'applicazione successiva di più metodi.

Tema 2. Le equazioni di 1° grado

Generalità. Definizione di soluzione, equazioni equivalenti. Principi di equivalenza e loro applicazioni: legge del trasporto, legge di cancellazione. Equazioni determinate, indeterminate, impossibili. Risoluzione di equazioni numeriche intere di primo grado a coefficienti in \mathbb{Q} . Risoluzione di semplici problemi di 1° grado.

Tema 3. I sistemi lineari

Equazioni di 1° grado in due incognite: generalità, insieme delle soluzioni. Sistemi di due equazioni lineari in due incognite: significato algebrico. Risoluzione algebrica di un sistema mediante i metodi di sostituzione e di riduzione. Metodo dei coefficienti per la classificazione di un sistema: determinato, indeterminato, impossibile.

Tema 4. Il piano cartesiano e i primi elementi della retta

Introduzione al piano cartesiano: a cosa serve un sistema di riferimento nello spazio. La formalizzazione matematica: gli assi cartesiani, l'origine degli assi, i quadranti, i punti e le loro coordinate. Definizione di segmento e di suo punto medio. Formula per il calcolo del punto medio di un segmento e formula per il calcolo della distanza tra due punti. Applicazioni a coppie di punti del piano e a figure piane. Confronto tra geometria euclidea e geometria cartesiana: analogie, differenze, vantaggi e svantaggi.

Introduzione alla retta nel piano: equazione caratterizzante (nelle forme implicita ed esplicita) e grafico per punti. Significato geometrico di coefficiente angolare e termine noto. Equazione di una retta passante per l'origine degli assi. Equazione di una retta passante per due punti. Appartenenza di un punto a una retta.

Tema 5. La retta nel piano cartesiano (approfondimenti)

Equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani.

La retta e i sistemi di 1° grado: significato geometrico della risoluzione di un sistema. Il metodo grafico ed il metodo analitico a confronto. Classificazione di un sistema e corrispondente significato geometrico: rette incidenti, parallele, coincidenti.

Condizioni di parallelismo e di perpendicolarità tra due rette. Determinazione dell'equazione di una retta parallela (o perpendicolare) ad una retta data e che interseca l'asse Y in un punto dato.



**FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI**

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

ATTIVITA' ASSEGNATE PER COLMARE LE LACUNE DI VALUTAZIONI RIPORTATE ALLA SUFFICIENZA (Recupero Autonomo)

Gli allievi che devono effettuare il RECUPERO AUTONOMO DI MATEMATICA devono svolgere TUTTI gli esercizi riportati più avanti in questo stesso file e intitolati "Esercizi per colmare le lacune/Compiti delle vacanze – classe 2N". Tali esercizi dovranno essere consegnati alla docente di matematica il primo giorno di scuola del prossimo anno scolastico. Essi SARANNO VALUTATI dall'insegnante come primo voto di matematica della classe terza.

ARGOMENTI FONDAMENTALI OGGETTO DELLE PROVE D'ESAME DI SETTEMBRE E ESERCIZI DA SVOLGERE (Sospensione del Giudizio)

Argomenti delle prove

- Le equazioni di 1° grado
- I sistemi lineari
- Il piano cartesiano e i primi elementi della retta
- La retta nel piano cartesiano (approfondimenti)

Esercizi da svolgere

Svolgere TUTTI gli esercizi riportati più avanti in questo stesso file e intitolati "Esercizi per colmare le lacune/Compiti delle vacanze – classe 2N". Tali esercizi andranno consegnati alla docente di matematica agli orali degli esami di settembre, poiché concorreranno anch'essi alla valutazione ai fini del superamento del debito.

Torino, il 14/6/2019.

**La Docente
Prof.ssa GIUSIO CLAUDIA**



FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

ESERCIZI PER COLMARE LE LACUNE/COMPITI DELLE VACANZE - CLASSE 2^N

Gli esercizi dovranno essere svolti secondo le seguenti modalità:

- Allievi che hanno avuto il **DEBITO DI MATEMATICA**: **TUTTI** gli esercizi
- Allievi che hanno avuto il **RECUPERO AUTONOMO DI MATEMATICA**: **TUTTI** gli esercizi
- Allievi che hanno avuto **VOTO 6** di matematica: almeno **4 esercizi** per ogni batteria
- Allievi che hanno avuto **VOTO 7** di matematica: almeno **3 esercizi** per ogni batteria
- Allievi che hanno avuto **VOTO ≥ 8** di matematica: almeno **2 esercizi** per ogni batteria

1. Risolvi le seguenti equazioni di primo grado:

71	$3x - 1 = 2x + 5;$	$4(1 - x) - 2x = 3x + 1.$	$\left[x = 6; x = \frac{1}{3} \right]$
72	$-6x + 7 = 7 - 6x;$	$2x - 5 = x + 4 + x.$	[indeterminata; impossibile]
73	$8x - 3 + 2x = 6x + 1 + 4x;$	$-3(x + 1) - 2 - 4x = 2.$	[impossibile; $x = -1$]
74	$8(x - 1) - 2(x + 3) = 3(2x - 1) - 5 - 17x$		$\left[x = \frac{6}{17} \right]$
75	$3(2x - 1) + (2x - 7) = 3(x + 1) - (-3x - 1) + 3x + 2$		$[x = -16]$
76	$1 - [2 - 3(x + 1)] = 2(2 + x) - 4x$		$\left[x = \frac{2}{5} \right]$
77	$2x^2 - 2 - x = x(2x - 3) + 6$		$[x = 4]$
78	$7 + 3x - [1 - x + x(x - 3)] = x(1 - x)$		$[x = -1]$
79	$6 - (1 - 2x) + x(4 - x) = 1 - x(2 + x)$		$\left[x = -\frac{1}{2} \right]$
80	$3[x - 6 - (2 - x)] + 1 = -[-(-2 + 6x)]$		[impossibile]
81	$(x - 2)^2 - 8 + x = x(x - 6)$		$\left[x = \frac{4}{3} \right]$



**FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI**

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

$$82 \quad (2x+1)(x-3) - 2x = 2(x-1)^2 + 1 \quad [x = -2]$$

$$83 \quad (x-3)(x+3) - [-(2-x) + 5] = 2 + x(x+1) \quad [x = -7]$$

$$84 \quad 6 - 2x - (2 - x^2) = 1 + (x-3)^2 \quad \left[x = \frac{3}{2} \right]$$

$$85 \quad x(x+7) + 9 = x + (x+3)^2 \quad [\text{indeterminata}]$$

$$86 \quad 4x^2 - x(x-3) - (1-x)(1+x) = 1 - 2[1 - 2x(x-1)] \quad [x = 0]$$

$$87 \quad x(x^2 - 2) - (x+1)^3 = 3x(1-x) - 2 \quad \left[x = \frac{1}{8} \right]$$

$$88 \quad \frac{1}{6}(x-1) = 0; \quad \frac{x}{4} - x = 0. \quad [x = 1; x = 0]$$

$$89 \quad \frac{3}{5}x - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{5}x + \left(1 + \frac{2}{3}\right) \quad [x = 3]$$

$$90 \quad \frac{1}{8}[(x-2)(x-3)] - \frac{15}{4} = \frac{1}{4}\left[(x^2 - 6x) - \frac{1}{2}x(x+1)\right] - 1 \quad [x = 2]$$

$$91 \quad \frac{x+1}{3} - \frac{2(x-1)}{5} + \frac{2}{3} = \frac{x-4}{5} - \frac{4}{15}x \quad [\text{impossibile}]$$

2. Risolvi i seguenti sistemi di primo grado con il metodo di sostituzione e/o di riduzione:

$$85 \quad \begin{cases} x - y = 4 \\ x + 3y = 8 \end{cases} \quad [(5; 1)]$$

$$86 \quad \begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 4x - 2y = -3 \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$87 \quad \begin{cases} y = 6 - 3x \\ y - 2x = -4 \end{cases} \quad [(2; 0)]$$

$$88 \quad \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 7x - y = 1 \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{2}{5}; -\frac{19}{5} \right) \right]$$

$$89 \quad \begin{cases} 3x - 4 = 5y \\ 2y + x = 1 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{13}{11}; -\frac{1}{11} \right) \right]$$

$$2 \quad \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases} \quad [(-1; 3)]$$

$$3 \quad \begin{cases} x - y = -2 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \quad [(0; 2)]$$

$$4 \quad \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 6x + 3y = -9 \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{1}{2}; -2 \right) \right]$$

$$5 \quad \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad [(3; 2)]$$

$$6 \quad \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 4y = -2 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right) \right]$$

$$7 \quad \begin{cases} 4x + 3y = -2 \\ 2x - y = -6 \end{cases} \quad [(-2; 2)]$$



**FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI**

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

3. Completa la seguente tabella, dopodiché rappresenta ciascuna retta della prima colonna nel piano cartesiano:

retta	m	q	pendenza ($>90^\circ$ o $<90^\circ$)	intersezione con l'asse Y
$y = 2x - 5$				
$y = -2x + 4$				
$y = 3x - 5$				
$y = 3x$				
$y = -x$				
$y = -\frac{1}{3}x + 1$				
$y = x - 1$				
$y = x + 1$				
$y = +\frac{1}{2}x$				
$y = -x + 2$				

4. Completa la seguente tabella.

Equazione della retta r	Equazione della retta s	Coefficiente angolare di r , se esiste	Coefficiente angolare di s , se esiste	Le due rette r ed s sono parallele?	Le due rette r ed s sono perpendicolari?
$y = 2x - 5$	$y = -2x + 4$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$y = 3x - 5$	$y = -\frac{1}{3}x + 1$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$y = 0,2x - 1$	$y = \frac{1}{5}x - 2$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$y = 7$	$x = 10$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$y = -2$	$y = 9$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$2x + 8y + 7 = 0$	$y = 4x + 6$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$3x + 5y + 2 = 0$	$10x + 6y + 2 = 0$	$m_r = \dots$	$m_s = \dots$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No



**FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI**

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

5. Scrivi l'equazione della retta che interseca l'asse Y nel punto P e che è parallela alla retta r .

206 $P(0; 3)$ $r: y = 2x - 1$

209 $P(\circ, 1)$ $r: y = -3x$

210 $P(\circ, -1)$ $r: 4x - 2y - 1 = 0$

211 $P(\circ, \frac{1}{2})$ $r: y = x + 2$

212 $P(\circ, \circ)$ $r: 2x - y + 1 = 0$

6. Scrivi l'equazione della retta che è parallela a r e che passa per il punto A .

207 $A(-1; 3)$ $r: y = 0$

208 $A(-1; 3)$ $r: x = 0$

7. Scrivi l'equazione della retta che interseca l'asse Y nel punto P e che è perpendicolare alla retta r .

219 $P(0; 1)$ $r: y = x + 1$

220 $P(0; 1)$ $r: y = -\frac{1}{2}x + 1$

221 $P(0; 3)$ $r: y = -2x$

224 $P(0; \frac{1}{2})$ $r: x + y = 10$

225 $P(0; -2)$ $r: x + 3y - 1 = 0$

8. Scrivi l'equazione della retta che è perpendicolare a r e che passa per il punto A .

222 $A(5; -4)$ $r: y = 2$

223 $A(-6; 7)$ $r: x = 1$



FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

9. Determina per via analitica le coordinate dei punti di intersezione, se ci sono, tra le seguenti coppie di rette, specificando poi, in base al risultato da te ottenuto, se sono *parallele*, *incidenti* o *coincidenti*.

56 $3x - y + 7 = 0;$ $2x + y + 3 = 0.$ $[(-2; 1)]$

57 $y = 4x - 7;$ $x + y + 2 = 0.$ $[(1; -3)]$

58 $2x - y + 1 = 0;$ $y = 2x - 3.$ [nessun punto di intersezione]

59 $3x - y + 9 = 0;$ $y = 2x + 6.$ $[(-3; 0)]$

60 $y = 3x + 1;$ $2y - 8 = 0.$ $[(1; 4)]$

61 $2x - 3y - 2 = 0;$ $6x - 9y - 6 = 0.$ [rette coincidenti: infiniti punti di intersezione]

62 $2x + y + 4 = 0;$ $2y + 5 + x = 0.$ $[(-1; -2)]$

63 $2x - 6y - 12 = 0;$ $y = \frac{1}{3}x - 2.$ [rette coincidenti: infiniti punti di intersezione]

10. Scomponi i seguenti polinomi riconoscendo la differenza di quadrati

119	$k^2 - 16$	$9y^2 - 25$	
120	$25 - 9b^2$	$16 - 49m^2$	$[(5 - 3b)(5 + 3b); (4 - 7m)(4 + 7m)]$
121	$4x^2 - 9$	$a^6b^2 - 1$	
122	$16x^2 - 9$	$\frac{1}{4}x^2 - y^2$	$\left[(4x - 3)(4x + 3); \left(\frac{1}{2}x - y\right)\left(\frac{1}{2}x + y\right)\right]$
123	$-4 + 9a^2x^2$	$100x^2 - 25$	
124	$a^4 - 4b^2$	$9x^4y^2 - 4$	$[(a^2 - 2b)(a^2 + 2b); (3x^2y - 2)(3x^2y + 2)]$
125	$-a^4 + b^2$	$-x^2y^2 + 9z^6$	
126	$36a^4b^2 - c^6$	$9x^4 - 1$	$[(6a^2b - c^3)(6a^2b + c^3); (3x^2 - 1)(3x^2 + 1)]$
127	$\frac{1}{36}x^6 - 9y^2$	$1 - \frac{25}{4}x^2y^4z^6$	
128	$\frac{1}{4}x^6 - \frac{1}{9}y^2$	$0,25a^4 - 0,01b^2$	$\left[\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}y\right); \left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{10}b\right)\left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{10}b\right)\right]$
129	$0,01x^4 - y^6$	$\frac{9}{4}a^{10} - a^8$	



FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2014-2020



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
Direzione Generale per interventi in materia di edilizia
scolastica, per la gestione dei fondi strutturali per
l'istruzione e per l'innovazione digitale
Ufficio IV

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE "PAOLO BOSELLI"

ISTITUTO TECNICO PER IL TURISMO - ISTITUTO PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI E SOCIO-SANITARI

11. Scomponi i seguenti polinomi riconoscendo se provengono dallo sviluppo di un quadrato di binomio

153	$m^2 - 10m + 25$	$4b^2 + 4b + 1$	
154	$y^2 - 14y + 49$	$25x^2 + 10x + 1$	$[(y - 7)^2; (5x + 1)^2]$
155	$x^4 + 2x^2 + 1$	$4a^2 - 4a + 1$	
156	$16x^4 + 8x^2 + 1$	$a^2 - 6a + 9$	$[(4x^2 + 1)^2; (a - 3)^2]$
157	$25a^4 + 10a^2 + 1$	$9a^{10} + 12a^5 + 4$	
158	$4a^2 - 6ab + 9b^2$	$\frac{1}{4}x^2y^2 - xy + 1$	$\left[\text{Non è un quadrato}; \left(\frac{1}{2}xy - 1 \right)^2 \right]$
159	$x^4 - 4x^2y + 4y^2$	$\frac{1}{16}a^4b^6 + \frac{1}{4}a^2b^3 + 1$	
160	$9x^4 - 12x^2 + 4$	$100x^2y^4 - 60xy^2 + 9$	$[(3x^2 - 2)^2; (10xy^2 - 3)^2]$
161	$\frac{25}{4}x^6 - 5x^3 + 1$	$0,01a^2b^4 + 2ab^2 + 100$	
162	$4a^{10} - 2a^5 + \frac{1}{4}$	$9a^4 - 12a^2b^3 + 4b^6$	$\left[\left(2a^5 - \frac{1}{2} \right)^2; (3a^2 - 2b^3)^2 \right]$
163	$\frac{1}{9}x^4y^4 - x^2y^2 + \frac{9}{4}$	$0,25x^6y^4 + 3x^3y^2 + 9$	

12. Scomponi i seguenti polinomi eseguendo raccoglimenti totali

12	$3x^3 + x^2$	$3x^2y + x^4y^2$	
13	$x^5 - x^3$	$ab^2 + a^2b$	$[x^3(x^2 - 1); ab(a + b)]$
14	$x^{15} - x^{10}$	$-2a^3b^4 + a^2b^3$	
15	$4x^3 - 12x^2 + 6x$	$8a^{12} - 64a^8$	$[2x(2x^2 - 6x + 3); 8a^8(a^4 - 8)]$
16	$3a^4 - 6a^3 + 9a$	$xyz + xy^2z + xyz^2$	
17	$7n^2 + 35n^3$	$3a^2x + 2ax^2 + a^2x^2$	$[7n^2(1 + 5n); ax(3a + 2x + ax)]$
18	$12x^9 - 4x^6$	$2a^4b^3 - 3a^3b^2 + 5a^2b^4$	
19	$4a^5 + 2a^4 - 2a^3$	$x^3yz^2 - x^2z + xy^3z^3$	$[2a^3(2a^2 + a - 1); xz(x^2yz - x + y^3z^2)]$
20	$3m^{12}x^9 - 12m^3x^6$	$3a^3b^2c^4 - 6a^4b^3c^3 + 12a^2bc^5$	
21	$4x^4y^6z - 2x^3y^2 + 8x^5y^3$	$a^{15} - a^{10} + a^5$	$[2x^3y^2(2xy^4z - 1 + 4x^2y); a^5(a^{10} - a^5 + 1)]$
22	$2ax^6 - a^6x$	$a^{10}x^8 + a^{11}x^7 + a^9x^9$	

..... Buone vacanze a tutti!